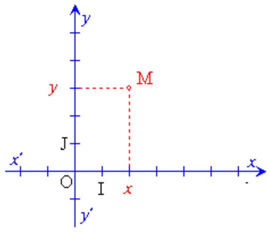
La droite dans le plan

1) Repère et coordonnées d'un point et coordonnées d'un vecteur

a) Repère : Soient O. I et J trois points non alignés dans le plan P.Le triplet (O ; I ; J) détermine un Repère dans le plan. Le point O est l'origine du Repère (O ; I ; J)

La droite (O I) est l'axe des abscisses du Repère (O ; I ; J)

La droite (O J) est l'axe des ordonnées du Repère (O ; I ; J)



Si les droites (O I) et (O J) sont perpendiculaires ont dit que le Repère est orthogonal

Si on a OI =OJ = 1 ont dit que le Repère (O ; I ; J) est normé

Si les droites (O I) et (O J) sont perpendiculaires et si on a OI =OJ = 1 ont dit que le Repère (O ; I ; J) est orthonormé

On pose $\overrightarrow{OI}=\vec{i}$ et $\overrightarrow{OJ}=\vec{j}$ on note alors le Repère (O ; I ; J) par $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

b) Les coordonnées d'un point

Le plan est rapporté au Repère (O ; I ; J).Pour tout point M du plan il existe un unique couple (x,y) tel que $x\in\mathbb{R}$ et $y\in\mathbb{R}$ et $\overrightarrow{OM}=x\overrightarrow{OI}+y\overrightarrow{OJ}$

Le couple (x,y) est le couple de coordonnée de M et on note : $M(x,y)$: x est l'abscisse du point M et y est l'ordonnée du point M

c) Les coordonnées d'un vecteur :

Le plan est rapporté au Repère $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

Le couple de coordonnée d'un vecteur $\vec{u}$ est le couple de coordonnée du point M tel que $\overrightarrow{OM}=\vec{u}$ et on note : $\vec{u}(x,y)$

d) Le plan est rapporté au Repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ et

Soient $A(x_A;y_A)$; $B(x_B;y_B)$; $I(x_I;y_I)$ trois points dans le plan et $\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$ deux vecteurs on a alors : $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A;y_B-y_A)$ et

$$AB=\left\|\overrightarrow{AB}\right\|=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

Le milieu I du segment [AB] a pour coordonnées

$$I\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right) ;$$

$\vec{u}(x;y)=\vec{v}(x';y')$ ssi $x'=x$ et $y=y'$

$\vec{u}+\vec{v}(x+x';y+y')$ et $\vec{u}-\vec{v}(x-x';y-y')$

$\vec{u}+\vec{v}=(x+x')\vec{i}+(y+y')\vec{j}$

Pour tout $\alpha\in\mathbb{R}$ $\alpha\bullet\vec{u}(\alpha x;\alpha y)$

2) Condition analytique de colinéarité de deux vecteurs :

Dans la suite de ce cours le plan est rapporté au Repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

Soient $\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$ deux vecteurs

a) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires ssi il existe $\alpha\in\mathbb{R}$ tel que $\vec{u}=\alpha\bullet\vec{v}$

b) deux vecteurs $\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$ sont colinéaires ssi $\det\left(\vec{u};\vec{v}\right)=\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}=xy'-x'y=0$

3)La droite dans le plan

a)Un vecteur directeur d'une droite (D) est un vecteur non nul $\vec{u}$ qui possède la même direction que la droite (D)

b)Deux points distincts quelconques de la droite (D) définissent un vecteur directeur de cette droite.

c)Deux droites (D), et (D') sont parallèles si tout vecteur directeur de l'une est aussi vecteur directeur de l'autre.

d)Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul et A un point du plan

L'ensemble des points M du plan tq il existe $\alpha\in\mathbb{R}$ tq : $\overrightarrow{AM}=\alpha\vec{u}$ est la droite (D) de vecteur directeur $\vec{u}$ et passant par A qu'on note : $D\left(A;\vec{u}\right)$ donc :

$D\left(A;\vec{u}\right)=\left\{M\in P/\overrightarrow{AM}=\alpha\vec{u}\right\}$ avec $\alpha\in\mathbb{R}$

C'est la Définition vectorielle d'une droite

4)Représentation paramétrique d'une droite :

Soit $\vec{u}(a;b)$ un vecteur non nul et $A(x_A;y_A)$ un point du plan et $t\in\mathbb{R}$ le système : $\begin{cases} x=ta+x_A \\ y=tb+y_A \end{cases}$ avec $t\in\mathbb{R}$

s'appelle une représentation paramétrique de : $D\left(A;\vec{u}\right)$

5)Equations cartésiennes d'une droite

a)Toute droite (D) admet une équation cartésienne de la forme $ax+by+c=0$ avec $a\in\mathbb{R}$ et $a\in\mathbb{R}$ et $c\in\mathbb{R}$ et $a\neq0$ ou $b\neq0$ et L'ensemble des points M (x ; y) vérifiant l'équation :

ax+ by + c = 0 est une droite de vecteur directeur $\vec{u}(-b;a)$

4)positions deux droites dans le plan :

Deux droites (D) et (D'), d'équations respectives ;$ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c' = 0$ sont parallèles si et seulement si : $a b' - a'b = 0$