Exercice 1

I/ Donner le domaine de dérivabilité des fonctions suivantes ainsi que leur fonction dérivée

1/ $f(x) = x\ln(x^2 - 4x - 5)$ 2/ $g(x) = \dfrac{\ln(x+1)}{x^2}$ 3/ $h(x) = \ln(\dfrac{x+2}{x-3})$

II/ Donner le domaine de définition ainsi qu'une fonction primitive

1/ $f(x) = \dfrac{4x}{x^2+3}$ 2/ $g(x) = \dfrac{1}{x\ln(x)}$ 3/ $h(x) = \dfrac{x^5 + 4x^3 - 5}{x}$

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $\begin{cases} f(x) = 2x - x\ln x & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$.

On désigne par (ζ_f) sa courbe représentative dans un R.O.N $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1/a) Montrer que f est continue à droite en 0

b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 ; interpréter graphiquement

2/a) Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et calculer $f'(x)$

b) Dresser le tableau de variation de f.

3/a) Déterminer l'intersection de (ζ_f) avec l'axe des abscisses

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement

4/ Tracer (ζ_f) dans un R.O.N $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Exercice 3

I/ Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$

1/ Dresser le tableau de variation de g

2/ Calculer g (1) et en déduire le signe de g(x) pour x de $]0, +\infty[$

II/ Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = x - 1 - \dfrac{\ln x}{x}$.

On désigne par (ζ_f) sa courbe représentative dans un R.O.N $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité 2 cm)

1/a) Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et que : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$

b) En déduire le tableau de variation de f.

2/a) Montrer que la droite (Δ) d'équation : y = x - 1 est une asymptote à (ζ_f)

b) Etudier la position de (ζ_f) par rapport à (Δ)

3/ Tracer (Δ) et (ζ_f)

4/ Soit h la restriction de f à l'intervalle $I = [1, +\infty[$

a) Montrer que h réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on précisera

b) Soit h^{-1} la bijection réciproque de h ; Tracer dans le même repère que (ζ_f), la courbe représentative $(\zeta_{h^{-1}})$ de h^{-1}

5/ Donner la primitive F de f sur $]0, +\infty[$ qui s'annule en 1