

Exercices

Exercice 1

- 1) Vérifier que : $\frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}$ puis calculer $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\sin \frac{5\pi}{12}$
- 2) Vérifier que : $\frac{11\pi}{12} = \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$ puis calculer $\cos \frac{11\pi}{12}$ et $\sin \frac{11\pi}{12}$

Exercice 2

Calculer $\overline{\cos 2x}$ dans chacun des cas suivants :

- a) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ b) $\cos x = \frac{3}{5}$ c) $\sin x = -\frac{1}{3}$

Exercice 3

1) Réduire les expressions suivantes :

- a) $A(x) = \cos 7x \sin 6x - \sin 7x \cos 6x$
 b) $B(x) = \cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x$
 c) $C(x) = \cos 3x \sin 2x + \cos 2x \sin 3x$

2) Exprimer chacune des expressions suivantes en fonction de $\sin x$ et $\cos x$.

- a) $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ b) $\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ c) $\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

3) x est un réel de l'intervalle $]\frac{\pi}{2}; \pi[$.

a) Réduire l'écriture de l'expression :

$$\sin 3x \cos x - \sin x \cos 3x$$

b) En déduire que :

$$\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2$$

Exercice 4 :

a et b sont deux réels de l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ tel que :

$$\cos a = \frac{3}{5} \quad \text{et} \quad \sin b = \frac{1}{2}$$

- 1) Calculer $\sin a$ et $\cos b$.
 2) En déduire $\cos(a + b)$ et $\sin(a + b)$.

Exercice 5:**Formules d'addition et de duplication**

a et b sont deux réels de l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ tel que :

$$\sin a = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \cos b = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

- 1) Calculer $\cos a$ et vérifier que $\sin b = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.
- 2) a) Calculer $\cos(a + b)$ et $\sin(a + b)$.
b) En déduire $(a + b)$ puis b .

Exercice 5 :**Formules d'addition et de duplication**

a est un réel de l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ tel que : $\cos a = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$

- 1) Calculer $\cos 2a$
- 2) a) A quel intervalle appartient $2a$
b) En déduire a , en justifiant votre réponse.

Exercice 6 :**Formules d'addition et de duplication**

a est un réel de l'intervalle $\left]0; \frac{\pi}{4}\right[$

- 1) a) Démontrer que : $(\cos a + \sin a)^2 = 1 + \sin 2a$
b) En déduire que : $\frac{1 + \sin 2a}{\cos 2a} = \frac{\cos a + \sin a}{\cos a - \sin a}$
- 2) Sans calculer $\cos \frac{\pi}{8}$ et $\cos \frac{\pi}{12}$, déduire de la question précédente que :

$$\frac{\cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8}}{\cos \frac{\pi}{8} - \sin \frac{\pi}{8}} = 1 + \sqrt{2} \quad \text{et} \quad \frac{\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12}}{\cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12}} = \sqrt{3}$$

Exercice 8

démontrer que :

$$\cos 3x + \sin 3x = (\cos x - \sin x)(4 \cos x \sin x + 1)$$

$$\cos^2 \frac{5}{2}x - \cos^2 \frac{3}{2}x = (-\sin 4x) \sin x$$

$$\sin(x+y) \cdot \sin(x-y) = \sin^2 x - \sin^2 y$$

$$\sin(x+y) \cdot \sin(x-y) = \cos^2 y - \cos^2 x$$

$$\tan x - \tan y = \frac{2 \sin(x-y)}{\cos(x+y) + \cos(x-y)}$$

$$\tan^2 x - \tan^2 y = \frac{\sin(x+y) \cdot \sin(x-y)}{\cos^2 x \cos^2 y}$$

Exercice 9

1) a) vérifier que $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

b) Déterminer α tel que $\sin x - \cos x = 2 \sin(x - \alpha)$

2) On considère l'équation (E): $\tan x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$

Montrer que (E) $\Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

3) a) Résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'équation (E)

Exercice 10

1) Résoudre dans \mathbf{R} les équations

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$\sin 2x = \tan x \quad ; \quad \tan x \cdot \tan 4x = -1$$

$$\cos x + \sin x = 1$$

$$\cos 2x + \cos x - 2 = 0$$

$$\cos 2x + \sin 2x = 1$$

2) résoudre les inéquations suivantes :

$$x \in [0; \pi] \quad \sqrt{3} \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) > -1$$

$$x \in]-\pi; \pi] \quad \cos x + \sin x + \tan x \geq \frac{1}{\cos x}$$