Série d'exercices sur l'Ensembles $\mathbb{N}$ et notions En arithmétique

Dans toutes les exercices, n est un entier naturel

Exercice1:

1) donner tous les multiples de 14 inferieur à 80.
2) donner tous les multiples de 25 compris entre 50 et 170.
3) donner les diviseurs de chacun des nombres 8 ;36 ;24 ;30 ;2 et 5.
4) donner tous les nombres premier inferieur à 60.
5) est-ce que13 divise 704 ? justifier votre repense ?
6) est-ce que 2352 est un multiple de 21 ? justifier votre repense ?

Exercice2: décomposer les nombres suivants en produit de puissances de facteurs premiers :

$$161 \;\S\S\; 144 \;\S\S\; 10000 \;\S\S\; 23000 \;\S\S\; 1080 \;\S\S\; 1400\times 49$$

Exercice3: à l'aide de décomposition en facteurs premiers simplifier les fractions suivantes :

$$\frac{48}{75} \;\S\S\; \frac{64}{144} \;\S\S\; \frac{235}{300} \;\S\S\; \frac{161}{46} \;\S\S\; \frac{5175}{12375} \;\S\S\; \frac{48\times150}{56\times140}$$

Exercice4: à l'aide de décomposition en facteurs premiers simplifier les écritures suivantes :

$$\sqrt{75} \;\S\S\; \sqrt{164} \;\S\S\; \sqrt{738} \;\S\S\; \sqrt{1690} \;\S\S\; \sqrt{1044} \;\S\S\; \sqrt{34\times80\times51}$$

Exercice5: déterminer le plus grand diviseur commun de x et y dans chaque cas :

1) x=75 et y= 325.
2) x=330 et y= 420.
3) x=214 et y= 816.
4) x=575 et y= 1275.
5) x=132 et y= 666.

Exercice6: déterminer le plus petit multiple commun de x et y dans chaque cas :

6) x=75 et y= 325.
7) x=330 et y= 420.
8) x=214 et y= 816.
9) x=575 et y= 1275.
10) x=132 et y= 666.

Exercice7:

1) est-ce que 111111 est un nombre premier ? justifier votre repense ?
2) montrer que 1000000001 ; $3^{20}-1$ et 123456^3 ne sont pas des nombres premiers.
3) déterminer le reste de la divsion euclidienne de $\left(13^{10}+3\right)^2$ par 13.
4) montrer que $499999^2+999999$ est divisible par 25.

Exercice8: le reste de la division euclidienne d'un nombre entier naturel X par 12 égale à 6, qu'il est le reste de la division euclidienne du même nombre X par 4 ; 3 et 2 ?

Exercice9: déterminer les nombres paires et les nombres impaires :

$$2^2+1 \;;;\; 15^2\times9^2 \;;;\; 15^2-13^2 \;;;\; 15^3+12^3 \;;;\; 642\times97681 \;;;\; \left(41^2+765^2\right)^7$$

$$2176543\times34569820 \;;;\; 97^3\times97^2 \;;;\; 2n+8 \;;;\; 4n^2+1 \;;;\; n(n+1)$$

$$3n^2+n \;;;\; n+(n+1)+(n+2) \;;;\; 5n^2+5n+1 \;;;\; 8n^2+8n+1$$

$$(n+1)(n+2)(n+3) \;;;\; 2n^2+4n+7 \;;;\; 2012^2n^2+2009^2 \;;;\; (2n+5)(2n+6)$$

$$n(n+3) \;;;\; 1+(n+1)^2+(n+2)^2 \;;;\; n^2-3n+4 \;;;\; n^2+3n+4$$

Exercice10: a et b deux nombres entiers naturels vérifiant : $ab = 2880$ et $pgcd(a;b) = 24$.
déterminer les nombres a et b.

Exercice11: soient x et y deux entiers naturels non nuls, on posent $a = x + y - 1$ et $b = x - y + 2$:
1) calculer $a + b$ et déduit que a et b sont de parités différentes.
2) montrer que $(x + y - 1)(x - y + 2) = x^2 - y^2 + x + 3y - 2$.
3) déterminer les couple d'entiers naturelles (x ;y) vérifiant l'équation : $x^2 - y^2 + x + 3y - 4 = 0$.

Exercice12: montrer que les nombres suivants sont des impaires :

$$n^2+13n+17 \quad ;;; \quad n^3-n+1 \quad ;;; \quad (2n+2)^2-(2n+1)^2$$

Exercice13: vérifier que : $n^2+11n+30=(n+5)(n+6)$ puis déduit la parité de $n^2+11n+30$.

Exercice14:
1) montrer que 4 divise le nombre $n^4-n^2+4^2$
2) n entier naturel non nul , montrer que $n(n^4 - 1)$ est divisible par 5.
3) n entier naturel non nul, montrer que $n^3 - n$ est divisible par 5.

Exercice15: dans ce qui suit n est entier naturel impaire.
1) montrer que n^2+2n+1 est divisible par 4.
2) montrer que n^2-1 est divisible par 8.
3) déduire que n^4-1 est divisible par 16.

Exercice16: n un entier naturel supérieur ou égale à 2.
1) monter qu'on peut écrire le nombre n^4+4 sous forme de déférence de deux carrés parfaits.
2) déduit que n^4+4 n'est pas premier.

Exercice17: écrit sous forme de carré parfait :
1) $A = (n^3+3n^2+n)(n^3+3n^2+n+2)+1$
2) $B = n(n+1)(n+2)(n+3)+1$

Exercice18: n et m sont des nombres entiers naturels impaires.
1) montrer que m^2+n^2+6 est divisible par 8.
2) montrer que m^2+n^2-2 est divisible par 8.

Exercice19: monter que $\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3} \in \mathbb{N}$

Exercice20: X ; Y et Z sont des chiffres (0 ;1 ;2 ;3 ;4 ;5 ;6 ;7 ;8 ;9), $\overline{XY}=10X+Y$ et $\overline{XYZ}=100X+10Y+Z$.
1) montrer que $\overline{XY}+\overline{YX}$ est divisible par 11.
2) on suppose que $X>Y$, montrer que $\overline{XY}-\overline{YX}$ est divisible par 9.
3) on suppose que $X+Z=Y$, montrer que $\overline{XYZ}$ est divisible par 11.
4) on suppose que $X+Y+Z$, montrer que $\overline{XYZ}$ est divisible par 9.
5) on suppose que $X>Z$, montrer que $\overline{XYZ}-\overline{ZYX}$ est divisible par 99.