Vecteurs : exercices

Les réponses (non détaillées) aux questions sont disponibles à la fin du document

Exercice 1 :

Simplifier les expressions suivantes en utilisant la relation de Chasles :

1) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{CB}$

2) $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BC}$

3) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}$

4) $\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}$

5) $2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{CA}$

Exercice 2 :

Développer et simplifier les expressions suivantes :

1) $\overrightarrow{u}-2(\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v})-\frac{1}{3}\overrightarrow{v}$

2) $-\frac{2}{5}\overrightarrow{u}+\overrightarrow{u}-\frac{1}{4}(\overrightarrow{u}-\overrightarrow{v})$

3) $\frac{1}{2}(\overrightarrow{u}-\overrightarrow{v})-\frac{1}{3}(\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v})$.

Exercice 3 :

Soit ABC un triangle. On considère les points D et E tels que $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.
Montrer que $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.
Que peut-on en conclure sur les points A, E et C ?

Exercice 4 :

Soit ABC un triangle. On considère les points M,N et P tels que $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.
Montrer que $\overrightarrow{MN}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$, puis que $\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{MN}$.
Que peut-on en conclure ?

Exercice 5 :

Soit ABC un triangle. On considère les points E et F tels que $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}$.
Exprimer $\overrightarrow{EF}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$.
Que peut-on en déduire sur les droites (EF) et (BC) ?

Exercice 6 :

Soit ABC un triangle. On considère les points D et E tels que $\overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AB}$.
Montrer que les points A , D et E sont alignés.

Réponses exercice 1 :

1) $\overrightarrow{0}$
2) $\overrightarrow{AD}$
3) $\overrightarrow{AB}$
4) $\overrightarrow{CB}$
5) $3\overrightarrow{AB}$

Réponses exercice 2 :

1) $-\overrightarrow{u}-\frac{7}{3}\overrightarrow{v}$

2) $\frac{7}{20}\overrightarrow{u}+\frac{1}{4}\overrightarrow{v}$

3) $\frac{1}{6}\overrightarrow{u}-\frac{5}{6}\overrightarrow{v}$

Réponses exercice 3 :

$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}=\cdots=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$. Les points A, E et C sont alignés.

Réponses exercice 4 :

$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CN}=\cdots=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{CP}=\cdots=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

N est le milieu de $[MP]$.

Réponses exercice 5 :

$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AF}=\cdots=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. Les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

Réponses exercice 6 :

On cherche à exprimer $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AE}$ en faisant apparaître $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}$.
Comme l'énoncé nous donne $\overrightarrow{BD}$, on commence par décomposer $\overrightarrow{AD}$ en $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$...

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)=\cdots=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AB}\right)=\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$.
Les points A, D et E sont alignés.