Fonctions : exercice

Les réponses (non détaillées) aux questions sont disponibles à la fin du document

Exercice 1 :

Déterminer si la fonction f est paire, impaire ou ni l'une ni l'autre dans les cas suivants :

1) f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x$

2) f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + x$

3) f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 2x$

4) f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sqrt{2x^2 + 3}$

5) f définie sur $\mathbb{R} - \{-2\,;\,2\}$ par $f(x) = \dfrac{3}{x^2 - 4}$

6) f définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$ par $f(x) = \dfrac{1}{2 - x}$

7) f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = 1 - \dfrac{1}{x^2}$

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2x - 2$.
1) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé d'unité 1 cm à l'aide du tableau de valeurs suivant :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$							

2) Résoudre graphiquement dans l'intervalle $[-4\,;\,2]$:
- l'équation $f(x) = 1$
- l'équation $f(x) = -x - 2$
- l'inéquation $f(x) \leqslant -2$

Exercice 3 :

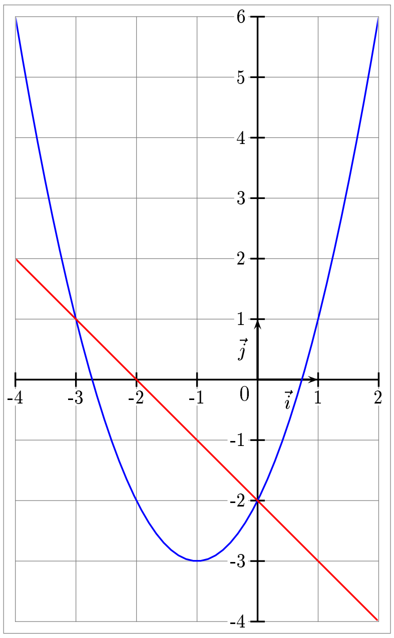
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1}{1 + x^2}$.
1) Étudier la parité de f.
2) On admet que f est décroissante sur $[0\,;\,+\infty[$. En déduire, d'après la question précédente, le sens de variation de f sur $]-\infty\,;\,0]$. Dresser alors le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
3) Montrer que pour tout réel x, $0 \leqslant f(x) \leqslant 1$.

Réponses exercice 1 :

1) f est impaire (D_f est symétrique par rapport à 0 et $f(-x) = -f(x)$)
2) f est ni paire, ni impaire (D_f est symétrique par rapport à 0 mais $f(-x) \neq f(x)$ et $f(-x) \neq -f(x)$)
3) f est impaire (D_f est symétrique par rapport à 0 et $f(-x) = -f(x)$)
4) f est paire (D_f est symétrique par rapport à 0 et $f(-x) = f(x)$)
5) f est paire (D_f est symétrique par rapport à 0 et $f(-x) = f(x)$)
6) f est ni paire, ni impaire (D_f n'est pas symétrique par rapport à 0)
7) f est paire (D_f est symétrique par rapport à 0 et $f(-x) = f(x)$)

Réponses exercice 2 :

1) La courbe de la fonction f est tracée en bleu et la droite d'équation $y = -x - 2$ est tracée en rouge.



2)

- $f(x) = 1$: $S = \{-3\,;\,1\}$ (abscisses des points de la courbe d'ordonnée égale à 1)
- $f(x) = -x - 2$ $S = \{-3\,;\,0\}$ (abscisses des points d'intersection entre la courbe et la droite d'équation $y = -x - 2$)
- $f(x) \leqslant -2$: $S = [-2\,;0]$ (abscisses des points de la courbe d'ordonnée inférieure ou égale à -2)

Réponses exercice 3 :

1) f est paire (D_f est symétrique par rapport à 0 et $f(-x) = f(x)$)
2) f est croissante sur $]-\infty\,;\,0]$ (en utilisant la symétrie due au fait que f est paire).

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	1	$\searrow$	

3) Pour tout x, $f(x)$ est positif comme quotient de deux nombres positifs et f admet 1 comme maximum d'après le tableau de variations.