

### Factorisation

On peut factoriser de deux façons :

- Par un facteur commun :  $ab + ac = a(b + c)$
- Par une identité remarquable :
  - Par une différence de deux carrés :  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
  - par un carré parfait :  $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

### Inéquation du 1<sup>er</sup> degré

On isole l'inconnue dans une inéquation du 1<sup>er</sup> degré. On obtient alors :

$$ax \leq b \text{ ou } ax < b \text{ ou } ax > b \text{ ou } ax \geq b$$

- Si  $a \neq 0$ , on divise par  $a$ 
  - $a > 0$ , on ne change pas l'inégalité
  - $a < 0$ ,  $\Delta$  on inverse l'inégalité
- On obtient une section commençante ou finissante.
- Si  $a = 0$ , on obtient  $S = \emptyset$  ou  $S = \mathbb{R}$

### Équation du 1<sup>er</sup> degré

On isole l'inconnue dans une équation du 1<sup>er</sup> degré, en développant ou en multipliant par de dénominateur commun si nécessaire. On obtient alors :

$$ax = b$$

- Si  $a \neq 0$ , une solution  $x = \frac{b}{a}$  d'où  $S = \left\{ \frac{b}{a} \right\}$
- Si  $a = 0$  et  $b \neq 0$ , impossible d'où  $S = \emptyset$ .
- Si  $a = 0$  et  $b = 0$ , toujours vrai d'où  $S = \mathbb{R}$

### Équation produit

Lorsque l'équation est de degré supérieur à 1, on annule le second membre.

Si le premier membre peut se factoriser en facteurs du 1<sup>er</sup> degré, on applique l'intégrité de la multiplication :

$$ab = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0$$

En cas d'égalité de deux carrés, on applique la règle

$$a^2 = b^2 \Leftrightarrow a = b \text{ ou } a = -b$$

### Inéquation produit

Lorsque l'inéquation est de degré supérieur à 1, on annule le second membre.

- On factorise le premier membre
- On détermine les valeurs frontières.
- On remplit un tableau de signes puis on résout l'inéquation à l'aide du tableau.



### Équation quotient

Si l'inconnue apparaît au dénominateur :

- On détermine l'ensemble de définition  $D_f$ .
- En cas d'égalité de deux fractions on effectue un produit en croix.
- Sinon, on multiplie par le dénominateur commun.
- On résout l'équation en vérifiant que la ou les solutions appartient à l'ensemble de définition.

### Signe du binôme $ax + b$

Lorsque l'on cherche le signe de  $ax + b$  :

- On détermine la valeur frontière :  $x = -\frac{b}{a}$
- On obtient alors le tableau de signe suivant :

$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	signe de $-a$	0	signe de $a$
$a > 0$	-	0	+
$a < 0$	+	0	-

### Inéquation quotient

Lorsque l'inconnue apparaît au dénominateur :

- On détermine l'ensemble de définition  $D_f$ .
- On annule le second membre.  $\Delta$  Pas de produit en croix!!
- On réduit au même dénominateur le premier membre en factorisant si nécessaire.
- On détermine les valeurs frontières.
- On remplit un tableau de signes en mettant une double barre pour la ou les valeurs interdites puis on résout l'inéquation à l'aide du tableau.

**Exemples de résolution d'équations**

• **Premier degré**

$$\frac{x+2}{3} - \frac{3(x-2)}{4} = \frac{-7x+2}{12} + 2$$

$$(\times 12) \quad 4(x+2) - 9(x-2) = -7x+2 + 24$$

$$4x+8-9x+18 = -7x+2+24$$

$$2x = 0 \Leftrightarrow x = 0, \quad \text{soit } S = \{0\}$$

• **Équation produit**

$$(x-1)(2x+3) = (x-1)(x-6)$$

$$(x-1)(2x+3) - (x-1)(x-6) = 0$$

$$(x-1)(2x+3-x+6) = 0$$

$$(x-1)(x+9) = 0 \quad \text{soit } S = \{-9; 1\}$$

• **Égalité de deux carrés**

$$(5x+2)^2 = (x+1)^2$$

$$5x+2 = x+1 \quad \text{ou} \quad 5x+2 = -x-1 \quad \text{soit } S = \left\{-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right\}$$

• **Équation quotient**

$$\frac{x-3}{2x-4} = \frac{x-2}{2x-5} \quad D_f = \mathbb{R} - \left\{2; \frac{5}{2}\right\}$$

$x \in D_f$  produit en croix

$$(x-3)(2x-5) = (x-2)(2x-4)$$

$$2x^2 - 5x - 6x + 15 = 2x^2 - 4x - 4x + 8$$

$$-5x - 6x + 4x + 4x = -15 + 8$$

$$-3x = -7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{3} \in D_f \quad \text{soit } S = \left\{\frac{7}{3}\right\}$$

$$\frac{-4}{x-4} + \frac{1}{x} = \frac{-3}{x-3} \quad D_f = \mathbb{R}^* - \{3; 4\}$$

$x \in D_f$  on multiplie par  $x(x-4)(x-3)$

$$-4x(x-3) + (x-4)(x-3) = -3x(x-4)$$

$$-4x^2 + 12x + x^2 - 3x - 4x + 12 = -3x^2 + 12x$$

$$-4x^2 + x^2 + 3x^2 - 3x - 4x = -12$$

$$-7x = -12 \Leftrightarrow x = \frac{12}{7} \in D_f \quad \text{soit } S = \left\{\frac{12}{7}\right\}$$

**Exemples de résolution d'inéquations**

• **Premier degré**

$$2(x-1) - 3(x+1) > 4(3x+2)$$

$$2x-2-3x-3 > 12x+8$$

$$-13x > 13 \Leftrightarrow x < -1 \quad \text{soit } S = ]-\infty; -1[$$

• **Inéquation produit**

$$(x-5)(x-2) < (x-5)(2x-3)$$

$$(x-5)(x-2) - (x-5)(2x-3) < 0$$

$$(x-5)(x-2-2x+3) < 0$$

$$(x-5)(-x+1) < 0 \quad S = ]-\infty; 1[ \cup ]5; +\infty[$$

$x$	$-\infty$	$1$	$5$	$+\infty$
$x-5$	-	-	0	+
$-x+1$	+	0	-	-
$(x-5)(-x+1)$	-	0	+	-

• **Inéquation quotient**

$$\frac{4}{x+1} \leq 3 \quad D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$\frac{4}{x+1} - 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-3x+1}{x+1} \leq 0 \quad S = ]-\infty; -1[ \cup \left[\frac{1}{3}; +\infty\right[$$

$x$	$-\infty$	$-1$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$-3x+1$	+	+	0	-
$x+1$	-	0	+	+
$\frac{-3x+1}{x+1}$	-	-	0	-