Formulaire de trigonométrie

1- Les angles associés :

Pour tout x réel, on a :

$\cos(-x)=\cos(x)$; $\cos(\pi+x)=-\cos(x)$; $\cos(\pi-x)=-\cos(x)$; $\cos(\frac{\pi}{2}+x)=-\sin(x)$; $\cos(\frac{\pi}{2}-x)=\sin(x)$

$\sin(-x)=-\sin(x)$; $\sin(\pi+x)=-\sin(x)$; $\sin(\pi-x)=\sin(x)$; $\sin(\frac{\pi}{2}+x)=\cos(x)$; $\sin(\frac{\pi}{2}-x)=\cos(x)$

Pour tout x appartenant à $\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$, on a : $\tan(-x)=-\tan(x)$; $\tan(\pi+x)=\tan(x)$; $\tan(\pi-x)=-\tan(x)$

2- Les équations trigonométriques :

α est un réel quelconque : $\cos(x)=\cos(\alpha)\Leftrightarrow$ il existe un entier k tel que : $x=\alpha+2k\pi$, *ou* $x=-\alpha+2k\pi$

$\sin(x)=\sin(\alpha)\Leftrightarrow$ il existe un entier k tel que : $x=\alpha+2k\pi$, *ou* $x=\pi-\alpha+2k\pi$

$\alpha\in D_{\tan}$: $\tan(x)=\tan(\alpha)\Leftrightarrow$ il existe un entier k tel que : $x=\alpha+k\pi$

3- Formules d'addition :

Pour tous réels a et b : $\cos(a+b)=\cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b)$; $\sin(a+b)=\sin(a)\cos(b)+\cos(a)\sin(b)$

$\cos(a-b)=\cos(a)\cos(b)+\sin(a)\sin(b)$; $\sin(a-b)=\sin(a)\cos(b)-\cos(a)\sin(b)$

Remarquons que, pour $b=-a$ la 1ère formule donne : $\cos^2(a)+\sin^2(a)=1$.

Pour tous réels a et b « autorisés » : $\tan(a+b)=\dfrac{\tan(a)+\tan(b)}{1-\tan(a)\tan(b)}$; $\tan(a-b)=\dfrac{\tan(a)-\tan(b)}{1+\tan(a)\tan(b)}$

Pour tout réel a : $\cos(2a)=\cos^2(a)-\sin^2(a)=2\cos^2(a)-1=1-2\sin^2(a)$; $\sin(2a)=2\sin(a)\cos(a)$

$\cos(3a)=4\cos^3(a)-3\cos(a)$; $\sin(3a)=3\sin(a)-4\sin^3(a)$

Pour tout réel a « autorisé » : $\cos(2a)=\dfrac{1-\tan^2(a)}{1+\tan^2(a)}$; $\sin(2a)=\dfrac{2\tan(a)}{1+\tan^2(a)}$; $\tan(2a)=\dfrac{2\tan(a)}{1-\tan^2(a)}$

4- Formules de transformation :

Pour tous réels a et b : $\cos(a)\cos(b)=\frac{1}{2}(\cos(a+b)+\cos(a-b))$; $\sin(a)\sin(b)=-\frac{1}{2}(\cos(a+b)-\cos(a-b))$

$\sin(a)\cos(b)=\frac{1}{2}(\sin(a+b)+\sin(a-b))$

Pour tous réels p et q : $\cos(p)+\cos(q)=2\cos(\frac{p+q}{2})\cos(\frac{p-q}{2})$; $\cos(p)-\cos(q)=-2\sin(\frac{p+q}{2})\sin(\frac{p-q}{2})$

$\sin(p)+\sin(q)=2\sin(\frac{p+q}{2})\cos(\frac{p-q}{2})$; $\sin(p)-\sin(q)=2\cos(\frac{p+q}{2})\sin(\frac{p-q}{2})$

Pour tous réels p et q autorisés : $\tan(p)+\tan(q)=\dfrac{\sin(p+q)}{\cos(p)\cos(q)}$; $\tan(p)-\tan(q)=\dfrac{\sin(p-q)}{\cos(p)\cos(q)}$

Pour tous réels a et b non tous deux nuls, et pour tout réel x : $a\cos(x)+b\sin(x)=\sqrt{a^2+b^2}\cos(x-\varphi)$,

où φ est un réel tel que : $\cos(\varphi)=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ et $\sin(\varphi)=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$.