PROF : ATMANI NAJIB

Les ensembles des nombres

1. Les nombres entiers

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\} =$ ensemble des entiers naturels

Remarques.

- Les entiers (relatifs) sont munis du signe + ou du signe –. On a :

$$\mathbb{Z}_+ \cup \mathbb{Z}_- = \mathbb{Z}$$

- L'ensemble des entiers relatifs positifs est égal à l'ensemble des entiers naturels.

$$\mathbb{Z}_+ = \mathbb{N}$$

- L'ensemble des entiers naturels est inclus dans l'ensemble des entiers :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$$

2. Les nombres décimaux

$\mathbb{D} = \left\{ \frac{n}{10^m} \ / \ n \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{N} \right\}$ est l'ensemble des nombres décimaux

Exemples.

- $\frac{1}{4} = 0,25 = \frac{25}{100} = \frac{25}{10^2} \in \mathbb{D}$
- $-\frac{3}{200} = -\frac{15}{1000} = -\frac{15}{10^3} \in \mathbb{D}$
- $9 = \frac{9}{1} = \frac{9}{10^0} \in \mathbb{D}$

3. Les nombres rationnels

$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \ / \ a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^* \right\}$ est l'ensemble des nombres rationnels

Exemples.

- $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$, $\frac{-315}{29} \in \mathbb{Q}$, $\frac{1998}{-1997} \in \mathbb{Q}$
- $1,2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} \in \mathbb{Q}$
- $-0,375 = -\frac{375}{1000} = -\frac{3}{8} \in \mathbb{Q}$

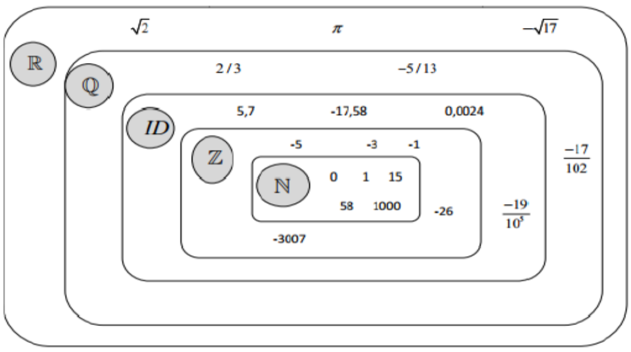
4. Les nombres réels

$\mathbb{R}$ = ensemble de tous les nombres

= ensemble des nombres réels

= ensemble des nombres rationnels et des nombres

Voici un diagramme de Venn avec tous les ensembles de nombres :



Résumons finalement les relations: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

5. Regles de calcul :

1. Les fractions :

Proprietes :

Soient a,b,c,d quatres nombres reels tels que $b \neq 0$; $d \neq 0$.

- $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$.
- $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.
- $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$.
- $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$.

2. Les racines carrees :

Definition:

Soit x un nombre reel positif,la **racine carree** de x est le nombre positif dont le carre est egal à x.

Ce nombre est noté : $\sqrt{x}$. et $\boxed{(\sqrt{x})^2 = x}$.

Proprietes :

• Si $a \geq 0$, $\sqrt{a^2} = a$. • Si $a \geq 0$ $b \geq 0$: , $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$. • Si $a \geq 0$ $b > 0$: , $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Remarque :

•$3 - \sqrt{5}$ s'apelle **la quantite conjugue** de l'expression $3 + \sqrt{5}$.

3. Les puissances :

Definition:

•$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ fois}}$.

Proprietes :

• Si $a \neq 0$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $a^0 = 1$. •$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$. •$(a^m)^n = a^{mn}$, $(ab)^n = a^n \times b^n$.

• Si $b \neq 0$, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

6. *Identités remarquables*

Pour tous réels a et b , on a :

$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab^2 + 3a^2b$ $(a-b)^3 = a^3 - b^3 + 3ab^2 - 3a^2b$	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

7. *Puissances de 10*

$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times .. \times 10}_{n \text{ fois}} = 1\,\underbrace{00\ldots0}_{n \text{ zéros}}$	$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = 0{,}\underbrace{00.\ldots0}_{n \text{ zéros}}1$

8. *Ecriture scientifique*

Ecrire un nombre en écriture scientifique c'est l'exprimer sous la forme :

$$\underbrace{\boxed{a}}_{\text{Nombre entre 1 et 10 exclu}} \times 10^n$$

Pour les nombres supérieurs à 1 (en valeur absolue), l'exposant n sera <u>positif</u>.	Pour les nombres inférieurs à 1 (en valeur absolue), l'exposant n sera <u>négatif</u>.
$9{,}5 = 9{,}5 \times 10^0$ $50{,}7 = 5{,}07 \times 10^1$ $1\,000 = 1 \times 10^3$ $1\,234 = 1{,}234 \times 10^3$	$0{,}5 = 5 \times 10^{-1}$ $0{,}02 = 2 \times 10^{-2}$ $0{,}0123 = 1{,}23 \times 10^{-2}$ $0{,}000\,15 = 1{,}5 \times 10^{-4}$