

**Propriété et définition :** La fonction  $\ln$  admet une fonction réciproque définie de  $]-\infty, +\infty[$  Vers  $]0, +\infty[$  appelée fonction Exponentielle népérienne notée :  $exp$  et qui est strictement monotone sur  $\mathbb{R}$

et on a pour tout  $x$  et  $y$  dans  $\mathbb{R}$ :

1)  $e^{x+y} = e^x \times e^y$     2)  $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$     3)  $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$

4)  $e^{rx} = (e^x)^r$  ( $r \in \mathbb{Q}$ )    5)  $(e^{\ln x} = x)$  ( $\forall x > 0$ )

6)  $(\ln(e^x) = x)$  ( $\forall x \in \mathbb{R}$ )

7)  $(\forall y > 0) (\forall x \in \mathbb{R}) (e^x = y) \Leftrightarrow (x = \ln y)$

8)  $(\forall y > 0) (\forall x \in \mathbb{R}) (e^x = e^y) \Leftrightarrow (x = y)$

9)  $(\forall y > 0) (\forall x \in \mathbb{R}) (e^x \geq e^y) \Leftrightarrow (x \geq y)$

10) La fonction  $exp$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$

et  $(\forall x \in \mathbb{R}) (e^x)' = e^x$

11) Si  $u$  est une fonction dérivable sur un intervalle  $I$

alors la fonction  $e^{u(x)}$  est dérivable sur  $I$  et

$(\forall x \in I) ( (e^{u(x)})' = u'(x)e^{u(x)} )$

12) Si  $u$  est une fonction dérivable alors une primitive de  $u'(x) \cdot e^{u(x)}$  est  $e^{u(x)}$ .

**(Limites usuelles)**

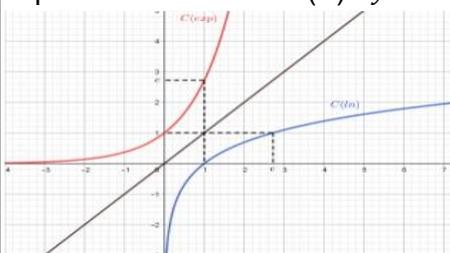
1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$     2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$     3)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$     5)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0^-$     6)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$

7)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$     avec :  $n \in \mathbb{N}^*$

**Représentation de la fonction exp**

Les courbes  $C_{\ln}$  et  $C_{exp}$  sont symétriques par rapport à la première bissectrice  $(\Delta) : y = x$



**Le Tableau de variation et L'exp :**

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$+\infty$
$exp(x)$		$1$	$e$	$+\infty$

**FONCTION EXPONENTIELLE DE BASE a**

Soit  $a > 0$  et  $a \neq 1$  ; on a :

1)  $(\forall x \in \mathbb{R}) a^x = e^{x \ln a}$

2) fonction  $exp_a$  est définie sur  $\mathbb{R}$

3)  $\forall x \in \mathbb{R} a^x > 0$

4)  $\forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R}_+^* a^x = y \Leftrightarrow x = \log_a y$

5)  $\forall x \in \mathbb{R} \log_a(a^x) = x$     6)  $\forall x \in \mathbb{R}_+^* a^{\log_a(x)} = x$

$(\forall a \in \mathbb{R}^{**}) (\forall b \in \mathbb{R}^{**}) (\forall x \in \mathbb{R}) (\forall y \in \mathbb{R})$

7)  $a^x \times a^y = a^{x+y}$     8)  $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$     9)  $(a \times b)^x = a^x \times b^x$

10)  $(a^x)^y = a^{xy}$     11)  $a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y}$     12)  $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$

13)  $(a^x)' = a^x \times \ln a$     14)  $a^{rx} = (a^x)^r$

15) a)  $x \rightarrow a^x$  est strictement croissante si  $a > 1$

b)  $x \rightarrow a^x$  est strictement décroissante si  $0 < a < 1$

16)  $(\forall x \in \mathbb{R}) (a^x)' = (\ln a) a^x$

17) Si  $u$  est une fonction dérivable alors

une primitive de  $u'(x) a^{u(x)}$  est  $\frac{1}{\ln a} a^{u(x)}$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »  
Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices Que l'on devient un mathématicien

