

FONCTIONS EXPONENTIELLES

Propriété et définition : La fonction \ln admet une fonction réciproque définie de $]-\infty, +\infty[$ Vers $]0, +\infty[$ appelée fonction Exponentielle népérienne notée : exp et qui est strictement monotone sur \mathbb{R} et on a pour tout x et y dans \mathbb{R} :

- 1) $e^{x+y} = e^x \times e^y$ 2) $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$ 3) $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$
- 4) $e^{rx} = (e^x)^r$ ($r \in \mathbb{Q}$) 5) $(e^{\ln x} = x)$ ($\forall x > 0$)
- 6) $(\ln(e^x) = x)$ ($\forall x \in \mathbb{R}$)
- 7) $(\forall y > 0) (\forall x \in \mathbb{R}) (e^x = y) \Leftrightarrow (x = \ln y)$
- 8) $(\forall y > 0) (\forall x \in \mathbb{R}) (e^x = e^y) \Leftrightarrow (x = y)$
- 9) $(\forall y > 0) (\forall x \in \mathbb{R}) (e^x \geq e^y) \Leftrightarrow (x \geq y)$
- 10) La fonction exp est dérivable sur \mathbb{R}

et $(\forall x \in \mathbb{R}) (e^x)' = e^x$

11) Si u est une fonction dérivable sur un intervalle I alors la fonction $e^{u(x)}$ est dérivable sur I et

$(\forall x \in I) (e^{u(x)})' = u'(x)e^{u(x)}$

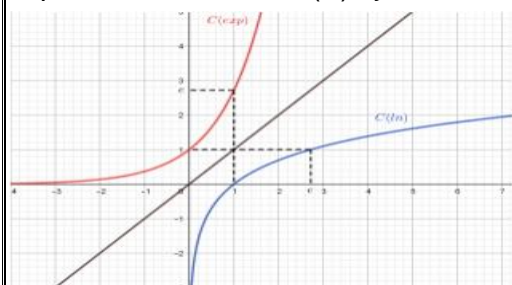
12) Si u est une fonction dérivable alors une primitive de $u'(x) \cdot e^{u(x)}$ est $e^{u(x)}$.

(Limites usuelles)

- 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ 2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ 3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$
- 4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$ 5) $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0^-$ 6) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$
- 7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ avec : $n \in \mathbb{N}^*$

Représentation de la fonction exp

Les courbes C_{\ln} et C_{exp} sont symétriques par rapport à la première bissectrice (Δ) : $y = x$



Le Tableau de variation et L'exp :

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$exp(x)$		1	e	$+\infty$

FONCTION EXPONENTIELLE DE BASE a

Soit $a > 0$ et $a \neq 1$; on a :

- 1) $(\forall x \in \mathbb{R}) a^x = e^{x \ln a}$
- 2) fonction exp_a est définie sur \mathbb{R}
- 3) $\forall x \in \mathbb{R} a^x > 0$
- 4) $\forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R}_+^* a^x = y \Leftrightarrow x = \log_a y$
- 5) $\forall x \in \mathbb{R} \log_a(a^x) = x$ 6) $\forall x \in \mathbb{R}_+^* a^{\log_a(x)} = x$
- ($\forall a \in \mathbb{R}^{*+}$)($\forall b \in \mathbb{R}^{*+}$)($\forall x \in \mathbb{R}$) ($\forall y \in \mathbb{R}$)
- 7) $a^x \times a^y = a^{x+y}$ 8) $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$ 9) $(a \times b)^x = a^x \times b^x$
- 10) $(a^x)^y = a^{xy}$ 11) $a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y}$ 12) $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$
- 13) $(a^x)' = a^x \times \ln a$ 14) $a^{rx} = (a^x)^r$
- 15) a) $x \rightarrow a^x$ est strictement croissante si $a > 1$
 b) $x \rightarrow a^x$ est strictement décroissante si $0 < a < 1$
- 16) $(\forall x \in \mathbb{R}) (a^x)' = (\ln a) a^x$
- 17) Si u est une fonction dérivable alors

une primitive de $u'(x)a^{u(x)}$ est $\frac{1}{\ln a} a^{u(x)}$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »
Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices Que l'on devient un mathématicien

